CAPES DE MATHEMATIQUES

EPREUVE SUR DOSSIER

DOSSIER N° 90

Question :

Présenter un choix d'exercices sur le thème suivant :

Exemples d'activités sur la nature et l'écriture des nombres en fin de collège et au niveau lycée. Nombres premiers. Applications.

Pour au moins l'un de ces exercices, la résolution doit faire appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Consignes pour l'épreuve : (cf. BO n° spécial 5 du 21/10/1993)

Pendant votre préparation (deux heures), vous devez rédiger **sur les fiches mises à votre disposition,** un résumé des commentaires que vous développerez dans votre exposé et **les énoncés** de vos exercices. La qualité de ces fiches interviendra dans l'appréciation de votre épreuve. Le terme « exercice » est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Vous expliquerez dans votre exposé (25 minutes maximum) la façon dont vous avez compris le sujet et les objectifs recherchés dans les exercices présentés : acquisition de connaissances, de méthodes, de techniques, évaluation. Vous analyserez la pertinence des différents outils mis en jeu.

Cet exposé est suivi d'un entretien (20 minutes minimum).

Annexes :

Vous trouverez page suivante, en annexe, quelques références aux programmes ainsi qu'une documentation conseillée.

Ces indications ne sont ni exhaustives, ni impératives ; en particulier, les références aux programmes ne constituent pas le plan de l'exposé.

ANNEXE AU DOSSIER N° 90

Référence aux programmes :

Extraits du programme de Troisième :

Nombres entiers et rationnels		
Diviseurs communs à deux entiers. Fractions irréductibles.	Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux. Savoir qu'une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.	On remarque que la somme et la différence de deux multiples d'un nombre entier sont eux-mêmes multiples de cet entier. On construit alors un algorithme, celui d'Euclide ou un autre, (…), donnant le PGCD de deux nombres entiers …

Extraits du programme de Seconde :

Calcul et fonctions		
Nature et écriture des nombres. Notations **N**, **Z**, **D**, **Q**, **R**. Représentation des nombres dans une calculatrice. Nombres premiers.	Distinguer un nombre d'une de ses valeurs approchées. Interpréter un résultat donné par une calculatrice. Décomposer un entier en produit de nombres premiers.	On admettra que l'ensemble des réels est l'ensemble des abscisses des points d'une droite. On travaillera sur les ordres de grandeur. On donnera un ou deux exemples de limites d'utilisation d'une calculatrice.

Thèmes d'étude : calcul et fonctions
- Calculatrices et grands nombres. - Problèmes historiques sur les nombres, irrationalité de $\sqrt{2}$, crible d'Ératosthène (…). - Caractérisation des éléments de **D** et de **Q**, soit en terme de développement décimal fini ou périodique, soit comme quotient irréductible d'entiers (le dénominateur étant ou non de la forme $2^p \times 5^q$).

Extraits du programme de Première L, option facultative :

Commensurabilité et algorithme d'Euclide.	On posera le problème du pavage d'un rectangle avec des dalles carrées identiques les plus grandes possibles. On fera le lien avec le calcul d'un PGCD.	On débouche ainsi de façon très naturelle sur des nombres n'ayant pas de « commune mesure » et donc sur les nombres irrationnels.

Extraits du programme de Terminale S, enseignement de spécialité :

Arithmétique		
Divisibilité dans **Z**. Division euclidienne (…).	On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au collège et en classe de seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en œuvre sur calculatrice (…), décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.	
Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers.	On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.	L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.

Documentation conseillée :

Manuels de Troisième, Seconde, Terminale S. Documents d'accompagnement.